

Н.Н. БОНДИНА, канд. техн. наук, **Е.В. ЛЕВЧЕНКО** (г. Харьков)

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ СИЛОВЫХ ЛИНИЙ ИМПУЛЬСНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ, ПРОНИКАЮЩЕГО В БИОЛОГИЧЕСКУЮ КЛЕТКУ

Для кульовой моделі біологічної клітини отримано картини силових ліній струму в системі середовище – біологічна клітина. Ураховано струми провідності та зміщення при дії імпульса зовнішнього електричного поля. В основі алгоритму покладено використання перехідних функцій для розрахунку миттєвих значень потоку вектора щільності струму. Результати використано для аналізу дії імпульсних електричних полів на біологічну клітину

The pictures of current lines in system external medium – biological cell are obtained for spherical model of biological cell. In the pulsed electric field the conductance currents and capacitance currents are taken into account. The algorithm is based on using on transition functions for calculation of time current density flux, The results are used for analysis of the effect of pulsed electric fields on biological cell.

Анализ литературы и постановка проблемы. При разработке технологических процессов инактивации микроорганизмов в жидких продуктах питания с помощью импульсного электрического поля необходима информация о распределении поля в системе среда – биологическая клетка. Анализ поля в этой системе, а также особенностям рассматриваемого технологического процесса посвящены работы [1 – 7]. Эффективным средством изучения поля является построение линий уровня. Картини эквипотенциальных линий электрического поля в системе среда – биологическая клетка были получены в работе [6] для синусоидального импульса.

Целью работы является детальное рассмотрение алгоритма построения силовых линий импульсного электрического поля в системе среда – клетка, использованного в работе [7].

Модель системы среда – биологическая клетка. Рассматриваем сферическую модель биологической клетки, которая показана на рис. 1. Клеточная мембрана моделируется сферической оболочкой, внутри которой находится цитоплазма, а снаружи – внешняя среда. Элементы модели системы среда – клетка являются неидеальными диэлектриками с постоянными электрофизическими характеристиками: γ_k (удельной электропроводностью) и ϵ_k (абсолютной диэлектрической проницаемостью). Вектор напряжённости внешнего электрического поля $\vec{E}_{\text{вн}}(t)$ ориентирован в отрицательном направлении оси z .

Используем функцию – поток вектора плотности тока $I^{(k)}(r, \theta, t)$, или ток, который равен потоку вектора плотности тока $\vec{\delta}^{(k)}$, проходящему через поверхность, ограниченную замкнутым контуром, который образован вращением точки со сферическими координатами r, θ вокруг оси z декартовой системы координат (рис. 1).

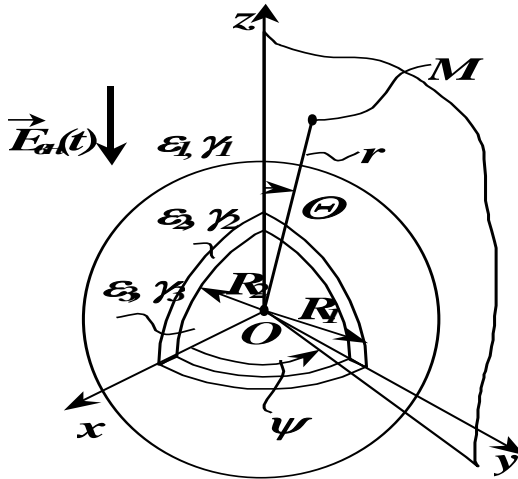


Рис. 1. Сферическая оболочка из неидеального диэлектрика в декартовых (x, y, z) и сферических (r, θ, ψ) координатах

Функция $I^{(k)}(r, \theta, t)$ определяется такой последовательностью соотношений [7]:

$$I^{(k)}(r, \theta, t) = \int_S \vec{\delta}^{(k)} d\vec{S}; \quad (1)$$

$$\vec{\delta}^{(k)} = \left(\gamma_k + \epsilon_k \frac{\partial}{\partial t} \right) \vec{E}^{(k)}; \quad (2)$$

$$\vec{E}^{(k)} = -\text{grad} \varphi^{(k)}(r, \theta, t); \quad (3)$$

$$\varphi^{(k)}(r, \theta, t) = \left[A_k(t)r + \frac{B_k(t)}{r^2} \right] \cos \theta, \quad (4)$$

где S, dS – соответственно поверхность, ограниченная контуром в определении тока, и её элемент; $\vec{E}^{(k)}$ – напряжённость электрического поля; $\varphi^{(k)}(r, \theta, t)$ – потенциал электрического поля, $A_k(t), B_k(t)$ – коэффициенты функции времени.

Коэффициенты $A_k(t), B_k(t)$ определены при помощи переходных функций $A_k^{(1)}(t), B_k^{(1)}(t)$ [6] и интеграла Дюамеля с учётом нулевых начальных условий:

$$A_k(t) = \int_0^t A_k^{(1)}(t-\tau) \frac{dE_{\text{вн}}}{d\tau} \bigg|_{t=\tau} d\tau; \quad (5)$$

$$B_k(t) = \int_0^t B_k^{(1)}(t-\tau) \frac{dE_{\text{вн}}}{d\tau} \bigg|_{t=\tau} d\tau. \quad (6)$$

Подставляя формулы (4), (3), (2) в соотношение (1), после интегрирования и приведения к безразмерному виду имеем:

$$\begin{aligned} \frac{I^{(k)}(r, \theta, t)}{I_0} = & - \left[\left(\frac{\gamma_k}{\gamma_1} + \frac{\varepsilon_k}{\gamma_1} \frac{\partial}{\partial t} \right) A_k^* - \right. \\ & \left. - 2 \left(\frac{\gamma_k}{\gamma_1} + \frac{\varepsilon_k}{\gamma_1} \frac{\partial}{\partial t} \right) B_k^* \frac{1}{r^{*3}} \right] \pi r^{*2} \sin^2 \theta, \end{aligned} \quad (7)$$

где $I_0 = \gamma_1 E_0 R_1^2$; $r^* = r / R_1$; $A_k^* = A_k / E_0$; $B_k^* = B_k / (E_0 R_1^3)$; R_1 – радиус клетки (см. рис. 1); E_0 – базисная напряжённость электрического поля.

Линии уровня функции $I^{(k)}(r, \theta)$ являются силовыми линиями вектора плотности тока. Из формулы (7) видно, что для нахождения безразмерного тока необходимо вычислять значения $\left(\frac{\gamma_k}{\gamma_1} + \frac{\varepsilon_k}{\gamma_1} \frac{\partial}{\partial t} \right) A_k^*$ и $\left(\frac{\gamma_k}{\gamma_1} + \frac{\varepsilon_k}{\gamma_1} \frac{\partial}{\partial t} \right) B_k^*$.

Решение задачи основано на квазистатическом приближении [8].

Алгоритм построения силовых линий поля. Алгоритм состоит из следующих основных блоков. В первом блоке на расчётную область поля наносится сетка с достаточно мелким шагом. Для рассматриваемой задачи сетка нанесена в полярных координатах r, θ . В узловых точках сетки рассчитываются относительные значения тока по формуле (7) для фиксированного момента времени. Информация о значениях тока в заданный момент времени, а также координаты узловых точек хранятся в матрицах и в массивах. Затем необходимо найти и соединить точки с заданными значениями тока на линии уровня.

Во втором блоке строятся один за другим отрезки силовой линии, на которой ток принимает некоторое заданное значение. При этом вначале находим элементарный прямоугольник с вершинами в узлах сетки, через который проходит участок рассматриваемой силовой линии. Множество этих прямоугольников содержит всю линию уровня, поэтому для каждой линии уровня необходим цикл по всем элементам матрицы. Пересечение линии уровня и стороны прямоугольника фиксируется по изменению знака расхождения между заданным значением и значением тока в узлах сетки, ограничивающим эту сторону. Такая процедура позволяет автоматически выявить две стороны прямоугольника, через которые прошла линия уровня: одна сторона соответствует входу, а другая – выходу линии. Вычисление координат точки пересечения – это известная из аналитической геометрии задача деления отрезка в данном отношении. Полученные полярные координаты необходимо перевести в декартовы. Количество линий уровня можно варьировать в зависимости от исследуемой картины поля.

На рис. 2 – 4 показаны построенные при помощи описанного алгоритма силовые линии вектора плотности тока (2) на фронте импульса внешнего поля

$$E_{\text{вн}}(t) = E_0 \left(e^{-\frac{t}{\tau_u}} - e^{-\frac{t}{\tau_\phi}} \right), \quad (8)$$

где E_0 , τ_u , τ_ϕ – постоянные.

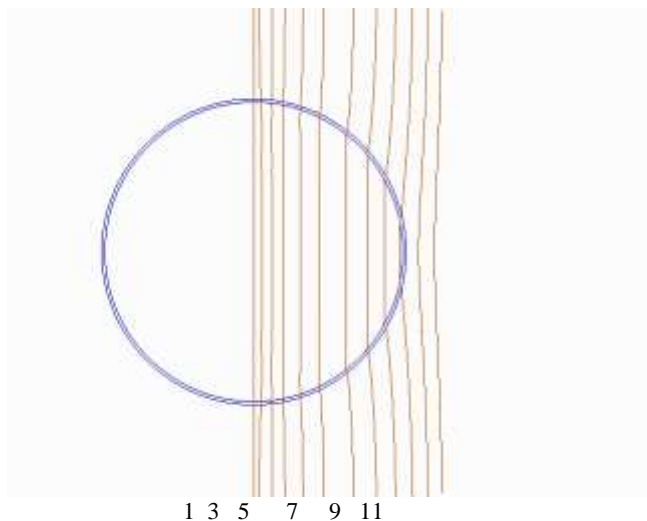
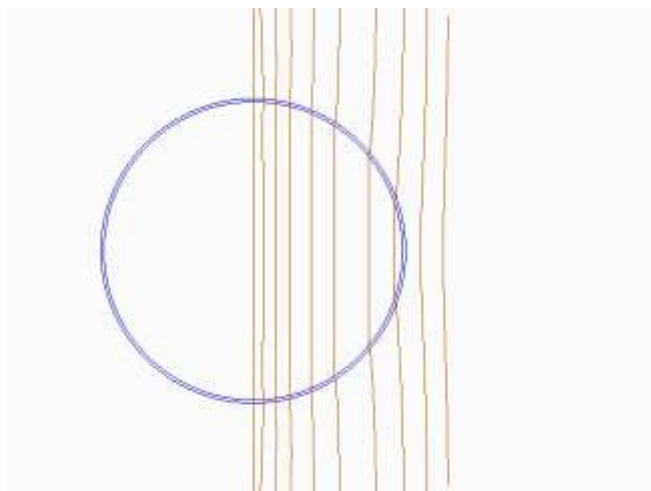
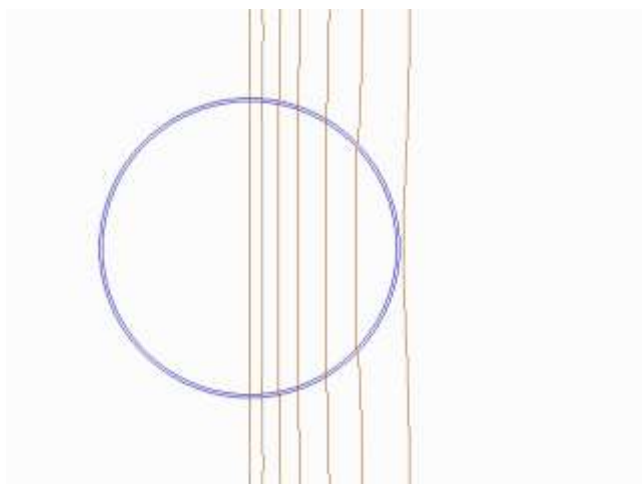


Рис. 2. Силовые линии поля вектора плотности тока на фронте импульса внешнего поля при $t = 1 \text{ нс}$ ($\tau_\phi = 1,55 \text{ нс}$)



12 34 5 6 7 8 9 10

Рис. 3. Силовые линии поля вектора плотности тока на фронте импульса внешнего поля при $t = 1$ нс ($\tau_\phi = 3,1$ нс)



1 2 3 4 5 6 7

Рис. 4. Силовые линии поля вектора плотности тока на фронте импульса внешнего поля при $t = 1$ нс ($\tau_\phi = 6,2$ нс)

Электрофизические характеристики системы среда – клетка: $\epsilon_1 = \epsilon_3 = 81 \epsilon_2$, $\epsilon_0 = 2 \epsilon_0$, $\gamma_3 = 0,1$, $\gamma_2 = 10^{-7}$, $\gamma_3 = 1$ см/м (ϵ_0 – электрическая постоянная).

Соотношение радиусов мембраны (рис. 1) – $R_2 / R_1 = 0,99$. Постоянная $\tau_u = 144$ нс, а значения постоянной $\tau_\phi = 1,55$ нс (рис. 2), 3,1 нс (рис. 3) и 6,2 нс (рис. 4).

Относительные значения тока $I^{(k)}(r, \theta, t)$ на линиях 2 – 12 отрицательны, а их модули соответственно равны 0,03; 0,15; 0,4; 1; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14. На линии 1 рассматриваемая величина равна нулю.

Вывод. Сопоставление мгновенных картин силовых линий поля вектора плотности тока (рис. 2 – 4) показывает, что в один и тот же момент времени на фронте импульса ток, проходящий через мембрану и цитоплазму клетки, значительно больше для импульса с более коротким фронтом. Для импульса с $\tau_\phi = 1,55$ нс значение этого тока равно примерно (–10), рис. 2, кривая 10, для импульса с $\tau_\phi = 3,1$ нс это значение равно примерно (–6), рис. 2, кривая 8, а для импульса $\tau_\phi = 6,2$ нс – (–4), рис. 3, кривая 7. Этот вывод согласуется с результатами исследования влияния длительности фронта импульса на амплитудные значения напряжённости электрического поля, проникающего внутрь клетки. Используемый алгоритм построения силовых линий исследуемого поля является достаточно эффективным.

Список литературы: 1. Schoenbach K.H., Peterkin F.E., Alden R. W. and Beeke S.J. The Effect of Pulsed Electric Fields on Biological Cells: Experiments and Applications // IEEE Transactions on Plasma Science. – 1997. – Vol. 25. – № 2. – P. 284–292. 2. Jeyamkondan S., Jayas S. and Holley R.A. Pulsed Electric Field Processing of Foods: A Review // Journal of Food Protection. – 1999. – Vol. 62. – № 9. – P. 1088–1096. 3. Бойко Н.И. Высоковольтные аппараты и технологии на основе комплекса высоковольтных импульсных воздействий // Вісник НТУ «ХПІ», – 2001. – № 16. – С. 11–16. 4. Sale A.J.H. and Hamilton W.A. Effects of High Electric Fields on Micro-organism. III. Lysis of Erythrocytes and Protoplasts // Biochimica et Biophysica Acta. – 1968. – Vol. 163. – № 1. – P. 37–43. 5. Бойко Н.И., Бондина Н.Н., Левченко Е.В., Михайлов В.М. Моделирование воздействия внешнего поля на объекты, имеющие многослойную структуру // Электронное моделирование. – 2002. – № 2. – С. 70–83. 6. Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Численное моделирование распределения импульсного электрического поля и температуры в объеме биологической клетки. // Технічна електродинаміка. – 2004. – № 2. 7. Бойко Н.И., Бондина Н.Н., Левченко Е.В., Михайлов В.М. Переходные процессы и моделирование проникновения импульсного электрического поля в биологическую клетку // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск „Проблеми сучасної електротехніки”. – Частина 2. – 2004. – С. 7–12. 8. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники. Ч. 3. Теория электромагнитного поля. – М.: Энергия, 1969. – 375 с.

Поступила в редакцию 14.04.2005